

Práctico 1

Popurrí

1. Sea X es un grafo donde cada vértice tiene dos o más vecinos. Probar que X contiene un ciclo.
 2. Un grafo contiene un árbol recubridor si y solamente si el grafo es conexo.
 3. Probar que $|\text{Aut}(C_n)| = 2n$, con $n \in \mathbb{N}$.
 4. Mostrar que un árbol de n vértices tiene $n - 1$ aristas.
 5. Demostrar que si $v \geq 2k \geq k \geq i$, entonces $J(v, k, i) \cong J(v, v - k, v - 2k + i)$.
 6. Demostrar que un grafo no vacío es un grafo línea si y solo si su conjunto de aristas puede ser particionado en un conjunto de cliques, con la propiedad que cada vértice participa a lo sumo en dos cliques.
 7. Probar que un grafo es bipartito si y solo si no contiene ciclos de largo impar.
 8. Dar ejemplos de grafos cuyo grafo dual no tiene aristas múltiples y no es isomorfo al primero.
 9. Sea X un grafo con n vértices. Probar que $|\text{Aut}(X)| = n!$ si y solo si X es completo o vacío.
 10. Sea Y un subgrafo de X y $f : X \rightarrow Y$ es un homomorfismo tal que $f|_Y$ es una biyección. Probar que existe una retracción de X en Y .
 11. El diámetro de un grafo es la máxima distancia entre dos vértices (si el grafo no es conexo diremos que es infinito). Determinar el diámetro de $J(v, k, k - 1)$.
 12. Mostrar que $K_5 - \{e\}$ siendo e una arista cualquiera no es un grafo línea.
 13. Probar que $K_{1,3}$ no es un grafo inducido de un grafo línea.
 14. Probar que un subgrafo inducido de un grafo línea es un grafo línea.
 15. Hallar todos los grafos G tal que $L(G) \cong G$.
 16. Demostrar que dos árboles con grafos línea isomorfos, son isomorfos
 17.
 - Muestre que $K_5 - \{e\}$ es plano siendo e una arista cualquiera.
 - Demuestre que K_5 no es plano.
 18. El producto lexicográfico de grafos $X[Y]$, siendo X e Y grafos, se define:
 - Vértices = $V(X) \times V(Y)$;
 - $(x, y) \sim (x', y')$ si y solo si x es adyacente a x' en X o $x = x'$ e y es adyacente a y' en Y .
- Demostrar que $\overline{X[Y]} = \overline{X}[\overline{Y}]$.