Facultad de Ciencias. Centro de Matemática.
Introducción a la probabilidad y estadísitcia. 2001

Práctico 1

1. Un blanco se compone de 5 círculos concéntricos con radios $r_1 < r_2 < r_3 < r_4 < r_5$. El suceso $\mathbf{A}_k$ consiste en caer en el círculo de radio r_k. Explicar que significan los sucesos $\mathbf{B} = \cup_{k=1}^{5}\mathbf{A}_k$, $\mathbf{C} = \cap_{k=1}^{5} A_k$, y $\mathbf{D} = \overline{\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2}$.

2. Demostrar, que cualquiera sean los sucesos $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ las siguientes relaciones son equivalentes: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$, $\overline{\mathbf{B}} \subset \overline{\mathbf{A}}$, $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$, $\mathbf{A}\overline{\mathbf{B}} = \emptyset$.

3. Un trabajador fabrica distintos productos. Sea $\mathbf{A}_k$, $(k = 1, \ldots, n)$ el suceso consistente en que el producto k es defectuoso. Escribir los sucesos consistentes en: (a) ni uno de los productos es defectuoso, (b) por lo menos uno de los productos es defectuoso. (c) solo uno de los productos es defectuoso.

4. Demostrar que para cualquier sucesión de sucesos $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \ldots$ vale la igualdad

$$\cup_{n=1}^{\infty}\mathbf{A}_n = \mathbf{A}_1 \cup (\overline{\mathbf{A}_1}\mathbf{A}_2) \cup (\overline{\mathbf{A}_1}\ \overline{\mathbf{A}_2}\mathbf{A}_3) \cup \ldots.$$

5. Demostrar, que si $\mathbf{A}_1 \subset \mathbf{A}_2 \subset \mathbf{A}_3 \subset \ldots$, y $\mathbf{A} = \cup_{n=1}^{\infty}\mathbf{A}_n$, entonces existe el límite $\lim_{n\to\infty}\mathbf{P}(\mathbf{A}_n) = \mathbf{P}(\mathbf{A})$.

6. Demostrar, que $\mathbf{P}(\cup_{k=1}^{n}\mathbf{A}_k) \geq 1 - \sum_{k=1}^{n}\mathbf{P}(\overline{\mathbf{A}_k})$ para sucesos $\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_k$ arbitrarios.

7. Demostrar, que $\mathbf{P}(\cup_{k=1}^{n}\mathbf{A}_k) = 1 - \mathbf{P}(\cap_{k=1}^{n}\overline{\mathbf{A}_k}) \leq \sum_{k=1}^{n}\mathbf{P}(\mathbf{A}_k)$ para sucesos $\mathbf{A}_1, \ldots, \mathbf{A}_k$ arbitrarios.

8. Una urna contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Se eligen tres al azar. Calcular las probabilidades de que: (a) todas las bolas extraidas sean blancas, (b) todas las bolas extraidas sean negras, (c) Se extraiga una bola blanca y dos negras.

9. Para obtener el premio mayor en una loteria se precisan acertar 5 números de 49. Calcular la probabilidad de obtener el premio mayor en esta loteria.

10. Calcular la probabilidad de que se acepte una partida de 100 unidades, 5 de las cuales están falladas, si se toman de muestra la mitad, y las condiciones para recibirla son contener a lo sumo un 2% de fallas.

11. En un concurso hay tres puertas. Una de ellas contiene un premio y las otras no. El concursante elige una puerta y el presentador abre otra puerta que no contiene el premio. Se le brinda al concursante la opción de cambiar de puerta. Debe aceptar la oferta? Generalizar para n puertas.